МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківський національний педагогічний університет

імені Г. С. Сковороди

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Голова приймальної комісії,

Ректор ХНПУ імені Г. С. Сковороди

_____ Юрій БОЙЧУК

«01» травня 2023 року

П Р О Г Р А М А

та критерії оцінювання

співбесіди з математики

для здобуття освітнього ступеня бакалавра

на основі повної загальної середньої освіти

Харків – 2023

ПРОГРАМА СПІВБЕСІДИ З МАТЕМАТИКИ

Пояснювальна записка

Співбесіда – форма вступного випробування, яка передбачає оцінювання знань, умінь та навичок вступника з математики у випадках, передбачених Порядком прийому до закладів вищої освіти України у 2023 році, затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України від 15 березня 2023 року № 276 та зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 28.03.2023 за № 519/39575 і Правилами прийому на навчання для здобуття вищої освіти до Харківського національного педагогічного університету імені Г.С. Сковороди у 2023 році, затвердженими Вченою радою ХНПУ імені Г. С. Сковороди 18 квітня 2023 року.

Метою співбесіди є оцінювання рівня сформованості компетентності вступника, визначення відповідності його навчальних досягнень освітньому стандарту та чинній шкільній навчальній програмі з математики.

Зміст завдань із математики відповідає Програмі зовнішнього незалежного оцінювання результатів навчання з математики, здобутих на основі повної загальної середньої освіти, затвердженої наказом Міністерства освіти і науки України від 04 грудня 2019 року № 1513. Завдання з «Математики» охоплюють усі теми з алгебри й геометрії, які вивчалися в шкільному курсі.

За результатами співбесіди виставляється позитивна оцінка за шкалою 100–200 (з кроком не більше ніж 10 балів) або ухвалюється рішення про негативну оцінку вступника («не склав»).

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Розділ: числа і вирази.

Тема: Дійсні числа (натуральні, раціональні та ірраціональні), порівняння чисел та дії з ними

- властивості дій з дійсними числами;
- правила порівняння дійсних чисел;
- ознаки подільності на 2, 3, 5, 9, 10;
- правило знаходження найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного;
- правила округлення цілих чисел і десяткових дробів;
- означення кореня n-го степеня та арифметичного кореня n-го степеня;
- властивості коренів;
- означення степеня з натуральним, цілим та раціональним показником, їхні властивості.

Тема: Відношення та пропорції. Відсотки. Основні задачі на відсотки

- відношення, пропорції;
- основна властивість пропорції;
- означення відсотка, правила виконання відсоткових розрахунків.

Тема: Раціональні, ірраціональні, степеневі, показникові, логарифмічні, тригонометричні вирази та їх перетворення

- означення тотожно рівних виразів, тотожного перетворення виразу, тотожності;
- означення одночлена та многочлена;
- правила додавання, віднімання й множення одночленів та многочленів;
- формули скороченого множення;
- означення дробового раціонального виразу;

- правила виконання дій з дробовими раціональними виразами;

- означення та властивості логарифма;

- основна логарифмічна тотожність;

- означення синуса, косинуса, тангенса і котангенса числового аргумента;

- основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу;

- формули зведення;

- формули додавання та наслідки з них.

Розділ: рівняння. нерівності та їх системи

Тема: Лінійні, квадратні, раціональні, ірраціональні, показникові, логарифмічні, тригонометричні рівняння і нерівності. Системи лінійнихрівнянь і нерівностей. Системи рівнянь, з яких хоча б одне рівняння другого степеня. Розв'язування текстових задач за допомогою рівнянь та їх систем

- рівняння з однією змінною, означення кореня (розв'язку) рівняння з однією змінною;

- нерівність з однією змінною. означення розв'язку нерівності з однією змінною;

- означення розв'язку системи рівнянь, основні методи розв'язування систем;

- методи розв'язування найпростіших раціональних, ірраціональних, показникових, логарифмічних, тригонометричних рівнянь та нескладних рівнянь, які зводяться до найпростіших;

- методи розв'язування найпростіших лінійних, квадратних, раціональних, показникових, логарифмічних нерівностей та нескладних нерівностей, які зводяться до найпростіших.

Розділ: функції

Тема: Числові послідовності

- означення арифметичної та геометричної прогресій;

- формули n-го члена арифметичної та геометричної прогресій;

- формули суми n перших членів арифметичної та геометричної прогресій.

Тема: Функціональна залежність. Лінійні, квадратні, степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції, їх основні властивості

- означення функції, області визначення, області значень функції, графік функції;

- означення функції оберненої до даної;

- властивості періодичних функцій;

- способи задання функцій, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми.

Тема: Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця похідних та правила диференціювання. Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіків функцій

- означення похідної функції в точці;

- фізичний та геометричний зміст похідної;

- таблиця похідних функцій;

- правило знаходження похідної суми, добутку, частки двох функцій, похідної складеної функцій;

- рівняння дотичної до графіка функції в точці;

- достатня умова зростання (спадання) функції на проміжку;

- екстремуми функції;

- означення найбільшого та найменшого функції.

Тема: Первісна та визначений інтеграл. Застосування визначеного інтеграла для обчислення площ плоских фігур

- означення первісної функцій, визначеного інтеграла, криволінійної трапеції;

- таблиця первісних функцій

- правила знаходження первісних;

- формула Ньютона-Лейбніца.

Розділ: елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи математичної статистики

Тема: Перестановки, комбінації розміщення (без повторень). Комбінаторні правила суми та добутку. Імовірність випадкової події. Вибіркові характеристики.

- означення перестановки, комбінації, розміщення (без повторень);
- комбінаторні правила суми та добутку;
- класичне означення ймовірності подій;
- означення вибіркових характеристик рядів даних (розмаху вибірки, моди, медіани, середнього значення);
- графічна, таблична, текстова та інші форми подання статистичних даних.

-

ГЕОМЕТРІЯ

Розділ: планіметрія

Тема: Елементарні геометричні фігури на площині та їхні властивості

- поняття точки та прямої, променя, відрізка, ламаної, кута;
- аксіоми планіметрії;
- суміжні та вертикальні кути, бісектриса кута;
- властивості суміжних та вертикальних кутів;
- паралельні та перпендикулярні прямі;
- відстань між паралельними прямими;
- перпендикуляр і похила, серединний перпендикуляр, відстань від точки до прямої;
- ознаки паралельності прямих;
- теорема Фалеса, узагальнена теорема Фалеса;

Тема: Коло та круг

- коло, круг та їхні елементи;
- центральні, вписані кути та їхні властивості;
- дотична до кола та її властивості;
- властивості двох хорд що перетинаються.

Тема: Трикутники

- види трикутників та їхні основні властивості;
- ознаки рівності трикутників;
- медіана, бісектриса, висота трикутника та їхні властивості;
- теорема про суму кутів трикутника;
- нерівність трикутника;
- середня лінія трикутника та її властивості;
- коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник;
- теорема Піфагора, пропорційні відрізки прямокутного трикутника;
- співвідношення між сторонами й кутами прямокутного трикутника, відношення площ подібних фігур;
- теорема синусів;

- теорема косинусів;

- подібні трикутники, ознаки подібності трикутників.

Тема: Чотирикутники

- чотирикутник та його елементи;

- паралелограм, його властивості й ознаки;

- прямокутник, ромб, квадрат та їх властивості;

- трапеція, середня лінія трапеції та її властивості;

- вписані в коло та описані навколо кола чотирикутника.

Тема: Многокутники

- многокутник та його елементи, опуклий многокутник;

- периметр многокутника, сума кутів опуклого многокутника;

- правильний многокутник та його властивості;

- вписані в коло та описані навколо кола многокутники.

Тема: Геометричні величини та їх вимірювання

- довжина відрізка, кола та його дуги;

- величина кута, вимірювання кутів;

- формули для обчислення площ трикутника;

- формули для обчислення площ трикутника, паралелограма, ромба, квадрата, трапеції, правильного многокутника, круга, сектора, сегмента.

Тема: Координати та вектори на площині

- прямокутна система координат на площині, координати точки;

- формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка;

- рівняння прямої та кола;

- поняття вектора, нульового вектора, модуля вектора, розклад вектора за двома не колінеарними векторами;

- колінеарні вектори, протилежні вектори, рівні вектори;

- координати вектора;

- додавання і віднімання векторів, множення вектора на число;

- кут між векторами;

- скалярний добуток векторів, властивості скалярного добутку векторів, формула для знаходження кута між векторами, що задані координатами;

- умови перпендикулярності та колінеарності векторів, що задані координатами.

Тема: Геометричні переміщення

- основні види та зміст геометричних переміщень на площині (рух, симетрія відносно точки та відносно прямої, поворот, паралельне перенесення);

- рівність фігур.

Розділ: стереометрія

Тема: Прямі та площини у просторі

- аксіоми та теореми стереометрії, ознака мимобіжних прямих;

- взаємне розміщення прямих у просторі, прямої та площини в просторі, площин у просторі;

- паралельність прямих, прямої та площини, площин, ортогональна проекція;

- паралельне проектування, відстань між мимобіжними прямими;

- перпендикулярність прямих, прямої та площин, двох площин;

- теорема про три перпендикуляри;

- відстань від точки до площини, від прямої до паралельної їй площини, між паралельними площинами;

- кут між прямими, прямою та площиною площинами;

- двогранний кут, лінійний кут двогранного кута.

Тема: Многогранники, тіла обертання

- многогранники та їх елементи, основні види многогранників: призма, паралелепіпед, піраміда, розгортка призми й піраміди, зрізана піраміда та конус;

- тіла обертання, основні види тіл і поверхонь обертання:: циліндр, конус, куля, сфера;

- перерізи многогранників;

- перерізи циліндра й конуса: осьові перерізи, перерізи площинами, паралельними їхнім основам;

- переріз кулі площиною;

- формули для обчислення площ поверхонь та об’ємів призми та

піраміди;

- формули для обчислення об’ємів циліндра, конуса, кулі;

- формули для обчислення площі сфери.

Тема: Координати та вектори в просторі

- прямокутна система координат у просторі, координати точок;

- формула для обчислення відстані між двома точками та формула для обчислення координат середини відрізка;

- поняття вектор, модуль вектора, колінеарні вектори, рівні вектори, координати вектора;

- додавання, віднімання векторів, множення вектора на число;

- скалярний добуток векторів, властивості скалярного добутку векторів;

- кут між векторами, умови колінеарності та перпендикулярності векторів, що задані координатами;

- симетрія відносно початку координат та координатних площин.

ПИТАННЯ ДО СПІВБЕСІДИЗ МАТЕМАТИКИ

1. Пряма, промінь, відрізок, ламана; довжина відрізка. Кут, величина кута. Вертикальні й суміжні кути. Паралельні прямі. Ознаки паралельних прямих.

Непаралельні відрізки *AB* і *CD* лежать відповідно у паралельних площинах α і β. Що можна сказати про взаємне розміщення прямих *AC* і *BD*?

2. Ознаки рівності трикутників.

Два трикутника рівні, якщо вони мають відповідно рівні кути при основі і рівні висоти (або бісектриси), що проведені до цих основ. Доведіть.

3. Властивості рівнобедреного трикутника.

Основа рівнобедреного трикутника в 3 рази менше його бокової сторони, а його периметр дорівнює 14. Знайти основу трикутника.

4. Теорема Піфагора.

Катет і гіпотенуза прямокутного трикутника відповідно дорівнюють 10 і 26. Знайти радіус вписаного кола.

5. Ознаки паралелограма.

Знайти сторону ромба, якщо його діагоналі 6 і 8.

6. Чотирикутник: паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція.

Менша основа трапеції дорівнює 4 см. Більша основа більше середньої лінії на 4 см. Знайти довжину середньої лінії трапеції.

7. Ознаки подібності трикутників.

У прямокутному трикутнику висота, що проведена до гіпотенузи, дорівнює 24 см, відношення проекцій катетів на гіпотенузу дорівнює $\frac{9}{16}$. Знайти сторони трикутника.

8. Паралельність прямих і площин. Перпендикулярність прямих і площин.

Якщо площина проходить через пряму, паралельну другій площині, і перетинається з цією площиною, то пряма перетину площин паралельна даній прямій. Довести це.

9. Многогранники. Вершина ребра, грані, діагоналі многогранника. Пряма і похила призма; піраміда. Правильна призма та правильна піраміда. Паралелепіпед, їх види. Формула об'єму паралелепіпеда. Формула площі поверхні й об'єму призми. Формула площі поверхні і об'єму піраміди.

У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює α. Визначити бічну поверхню піраміди, якщо радіус кола, описаного навколо бічної грані, дорівнює R.

10. Тіла обертання: циліндр, конус, сфера, куля. Центр, діаметр, радіус сфери й кулі. Площина, дотична до сфери. Формула площі поверхні й об'єму циліндра. Формула площі поверхні й об'єму конуса. Формула площі поверхні й об'єму кулі та її частин.

Гіпотенуза та катети прямокутного трикутника служать діаметрами трьох куль. Яка залежність між площинами їхніх поверхонь?

11. Натуральні числа ($\mathbb{N}$). Прості і складені числа. Дільник, кратне, спільний найбільший дільник. Спільне найменше кратне.

Знайти найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне чисел 75 і 144.

12. Ознаки подільності на 2, 3, 5, 9,10.

Довести, що $n^2-7n+12$ кратне 2 при $n \in \mathbb{N}$.

13. Цілі числа ($\mathbb{Z}$). Раціональні числа ($\mathbb{Q}$). Їхнє додавання, віднімання, множення й ділення. Порівняння раціональних чисел. Дійсні числа ($\mathbb{R}$), їхнє представлення у вигляді десяткового дробу.

Які з висловлень є істинними?

а) сума двох ірраціональних чисел не може бути числом раціональним;

б) сума двох ірраціональних чисел не може бути числом ірраціональним;

в) сума ірраціонального і раціонального чисел не може бути числом раціональним.

14. Одночлен і многочлен.

Розкладіть на множники:

$x^2-2(ax-2bx)+a^2-4ab+4b^2$.

15. Числові вирази. Вирази зі змінними. Формули скороченого множення.

Доповніть многочлен до повного квадрату $...-4a+\frac{1}{4}$.

16. Арифметична та геометрична прогресії. Формула *n*-го члена й сума *n* перших членів геометричної прогресії. Формула *n*-го члена й сума *n* перших членів арифметичної прогресії.

Знайти x з рівняння $3+7+11+...+x=820$.

17. Функція $y=ax+b$, її властивості, графік.

Який кут (гострий чи тупий) утворює з напрямом осі Ox дотична до графіку функції $y=(2x-1)^2$ у точці $x=1$.

18. Функція $y = ax^2 + bx + c$, її властивості, графік.

Знайдіть проміжки зростання і спадання функції $y = x^2 - 7x + 6$.

19. Формула коренів квадратного рівняння. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.

Розв'яжіть біквадратне рівняння $3x^4 - 4x^2 + 1 = 0$.

20. Рівняння. Розв'язування рівнянь, корені рівняння. Графік рівняння з двома змінними. Рівносильні рівняння.

Розв'яжіть рівняння $a^2x + 2 = a + 4x$.

21. Система рівнянь і система нерівностей. Розв'язування систем. Корені системи. Рівносильні системи рівнянь.

Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} x^3 + y^3 = 65 \\ x^2y + xy^2 = 20 \end{cases}$.

22. Степінь із натуральним і раціональним показником. Арифметичний корінь.

Розв'язати рівняння $\left(x^2 + 2x\right)^2 - 14\left(x^2 + 2x\right) = 15$.

23. Логарифми, їхні властивості.

Розв'язати рівняння $\sqrt{\log_4(-x)} = 2$.

24. Залежність між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу.

Доведіть тотожність $\sin^2\alpha + \sin^2\alpha \cdot \cos^2\alpha + \cos^4\alpha = 1$.

25. Нерівності. Розв'язування нерівностей. Рівносильні нерівності. Властивості числових нерівностей.

Розв'яжіть нерівність $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} \geq \frac{3}{x+2}$.

26. Означення й основні властивості показникової та логарифмічної функцій.

Обчисліть $\sqrt{10^{2+\frac{1}{2}\lg 16}}$.

27. Означення функції $y = \operatorname{tg} x$, її властивості, графіки.

Знайдіть похідну функції f, якщо $f(x) = tg\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right)$.

28. Корені рівнянь $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$.

Розв'яжіть рівняння $\cos^4 0{,}5x - \sin^4 0{,}5x = \sin 2x$.

29. Тригонометричні функції подвійного аргументу.

Розв'яжіть рівняння $1 - \cos x = 2\sin\frac{x}{2}$.

КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ СПІВБЕСІДИ

Бали	Кількість правильних відповідей	Характеристика відповіді
191–200 балів	Від 95,5% до 100% правильних відповідей	Вступник демонструє всебічні, систематизовані й глибокі знання з предмета; уміє застосовувати їх на практиці; спроможний доводити правильність своєї відповіді переконливою аргументацією. Відповідь вступника повна, логічна, послідовна, не містить помилок.
181–190 балів	Від 90,5% до 95% правильних відповідей	Вступник правильно, чітко, логічно й повно відповідає на всі питання. Може пов'язати теорію й практику, правильно демонструє виконання практичних завдань. Відповідь повна. Вступник може припускатися незначних огріхів.
171–180 балів	Від 85,5% до 90% правильних відповідей	Вступник демонструє ґрунтовні знання, уміє застосовувати їх на практиці. Вільно висловлює власні думки, аргументовано відповідає на поставлені запитання. Відповідь вступника повна. Вступник може припускатися незначних помилок.
161–170 балів	Від 80,5% до 85% правильних відповідей	Вступник демонструє глибокі знання з предмета, вправно застосовує їх на практиці; уміє доводити правильність своєї відповіді. Відповідь вступника повна, логічна, але містить деякі неточності.
151–160 балів	Від 75,5% до 80% правильних відповідей	Вступник загалом правильно відповідає на питання. Демонструє виконання практичних навичок. Правильно використовує теоретичні знання для вирішення практичних завдань. Відповідь вступника повна, але недостатньо чітка, містить деякі огріхи.

141–150 балів	Від 70,5% до 75% правильних відповідей	Вступник виявляє загалом добрі знання з предмета, досить успішно виконує передбачені програмою завдання; оперує основними поняттями, уміє робити висновки. Відповідь вступника повна, але недостатньо чітка, містить незначні помилки.
131–140 балів	Від 65,5% до 70% правильних відповідей	Вступник виявляє достатні знання з предмета, виконує передбачені програмою завдання з незначними огріхами; оперує основними поняттями, уміє робити висновки, але відповідь вступника недостатньо чітка, містить помилки.
121–130 балів	Від 60,5% до 65% правильних відповідей	Вступник відтворює частину теоретичного матеріалу, виявляє знання та розуміння основних положень, але пояснення не лаконічні, не повні. Під час відповіді вступник припускається помилок.
111–120 балів	Від 55,5% до 60% правильних відповідей	Вступник має прогалини в знаннях навчального матеріалу з дисципліни. Відповідь не повна, потребує уточнень і додаткових запитань; вступник не вміє самостійно зробити висновків, припускається значних помилок під час відповіді.
101–110 балів	Від 50,5% до 55% правильних відповідей	Вступник непереконливо відповідає на питання, плутає поняття. Відповідаючи на запитання практичного характеру, виявляє неточності в знаннях, не вміє оцінювати факти та явища. Припускається помилок під час виконання практичних завдань.
100 балів	50%	Вступник неповно, за допомогою додаткових питань відповідає на питання. Його відповіді неточні, під час демонстрації практичних навичок вступник припускається помилок, вирішує лише найлегші

		задачі.
Менше 100 балів Не склав	Від 0% до 49% правильних відповідей	Вступник володіє теорією на фрагментарному рівні, під час виконання завдань припускається принципових помилок. Вступник не здатний орієнтуватися в програмовому матеріалі.